MATHÉMATIQUES II

Statistique et probabilités

DURÉE : 3 heures. — COEFFICIENT : 2

N. B. — *Il est rappelé aux candidats qu'une pénalisation d'un maximum de 2 points (sur 20) sanctionnera le manque de soin apporté à la présentation des copies (fautes d'orthographe, copie peu lisible...).*

EXERCICE I (*noté sur 5 points*)

Étude de l'évolution du stock d'une entreprise commerciale.

Année	i	1975	1976	1977	1978	1979	1980
Rang de l'année	t_i	1	2	3	4	5	6
Nombre d'articles en stock.	Q_i	6400	7200	8700	10400	12600	15000

1° Représenter, sur papier semi-logarithmique, le nuage des points $M_i(t_i ; Q_i)$.

2° Afin de vérifier la validité d'un ajustement linéaire de ce nuage calculer le coefficient de corrélation linéaire entre t et log Q (les logarithmes décimaux seront arrondis au plus proche à 0,0001 près; les calculs seront présentés sous forme de tableau et, en dehors des valeurs de t_i et de t_i^2, tous les nombres de ce tableau seront arrondis au plus proche à 0,0001 près).

3° Déterminer, par la méthode des moindres carrés, l'équation de la droite ajustant les valeurs de log Q à celles de t.

En déduire, sous la forme $Q = k \times c^t$, l'ajustement des valeurs de Q à celles de t (c sera arrondi au plus proche à 0,001 près et k à une unité près).

Tournez la page S. V. P.

2581 ESCAE 81

EXERCICE II (*noté sur 15 points*)

PREMIÈRE PARTIE

Les statistiques d'une compagnie d'assurances pour l'exercice 1979 ont permis d'établir le tableau ci-dessous dans lequel :

X désigne la variable statistique indiquant le nombre x_i d'accidents enregistrés sur le dossier d'un client;

Y désigne la variable statistique indiquant le nombre y_j de véhicules assurés simultanément par ce client;

les autres nombres du tableau représentent les fréquences $f_{i,j}$ de clients ayant eu à la fois x_i accidents déclarés en 1979 et y_j véhicules assurés simultanément pendant cette année.

Y \ X	0	1	2	3	4
1.....	0,3	0,09	0,075	0,02	0,0025
2.....	0,2725	0,05	0,025	0,02	0,0075
3.....	0,0875	0,02	0,015	0,01	0,005

Le nombre de personnes assurées à cette compagnie étant élevé, on suppose, en application de la loi des grands nombres, et dans le but d'établir le montant des cotisations, que la probabilité $p_{i,j}$ qu'un client ait x_i accidents au cours de l'année et y_j véhicules assurés simultanément cette année est égale à $f_{i,j}$. X et Y sont alors des variables aléatoires prenant respectivement les valeurs 0, 1, 2, 3, 4 et 1, 2, 3.

I

1° Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X, son espérance mathématique et sa variance (les calculs seront présentés sous forme de tableau).

2° Calculer la covariance du couple (X, Y).

3° Les variables aléatoires X et Y sont-elles indépendantes?

II

1° Sachant qu'un client a assuré deux voitures, déterminer la probabilité qu'il ait 4 accidents au cours de l'année.

2° Le nombre d'assurés possédant deux voitures est 4850. Parmi eux on choisit, au hasard, un échantillon de 100 personnes. Soit Z la variable aléatoire dont les valeurs représentent les nombres possibles de celles qui, parmi ces 100 personnes, auront 4 accidents au cours de l'année.

a. Définir la loi de probabilité de la variable Z.

b. En justifiant soigneusement votre réponse, prouvez que la distribution de probabilité de Z peut être approchée par une loi de Poisson dont on déterminera le paramètre.

En déduire, à 0,001 près :

— la probabilité p' que, parmi ces 100 personnes, 5 au plus aient 4 accidents;

— la probabilité p'' que, parmi ces 100 personnes, plus de 2 et au plus 5 aient 4 accidents;

— la probabilité p''' que, parmi ces 100 personnes, au plus 2 aient 4 accidents sachant qu'au plus 5 de ces 100 personnes auront 4 accidents.

Deuxième partie

On considère maintenant un échantillon de 1 000 assurés pris parmi ceux qui n'ont eu aucun accident pendant l'année 1980.

Le tableau ci-dessous indique la distribution de ces assurés suivant les tranches d'âge.

Tranches d'âge (en années)	[18 ; 25 [	[25 ; 35 [	[35 ; 45 [	[45 ; 55 [	[55 ; 65 [	[65 ; 75]	
Effectifs.....	29	270	490	195	14	2	1000

1° Calculer la moyenne arithmétique et l'écart type de cette distribution (les calculs seront présentés sous forme de tableau et les valeurs demandées seront arrondies à l'entier naturel le plus proche).

Tournez la page S. V. P.

2° Représenter sur papier gausso-arithmétique le nuage des points correspondant à cette distribution.

Tracer, « au jugé », une droite ajustant ce nuage de points.

Par quelle loi peut-on ajuster cette distribution?

Vérifier, à l'aide de la droite d'ajustement, que l'on peut prendre pour paramètres de cette loi les nombres entiers déterminés au 1°.

3° En utilisant cet ajustement déterminer les effectifs théoriques des différentes classes.

N. B. — Compte tenu de l'ajustement utilisé les candidats remplaceront la classe [18; 25[par l'intervalle $]-\infty; 25[$ et la classe [65; 75] par l'intervalle $[65; +\infty[$.

4° En utilisant les probabilités nécessaires aux calculs de la question 3°, déterminer, à 0,001 près :

a. La probabilité qu'une personne n'ayant eu aucun accident ait un âge compris entre 25 et 45 ans.

b. La probabilité qu'une personne n'ayant eu aucun accident et dont l'âge est compris entre 25 et 45 ans ait au moins 35 ans.

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail